5. B-krivulje ili B-splajnovi - B-spline Curves

5.1 Aproksimacijske B-krivulje

B - elastična krivulja ima svojstvo elastične letvice ("spline")

- kontinuitet je postignut dijeljenjem kontrolnih točaka između više segmenata

- k stupanj krivulje (broj kontrolnih točaka ne utječe na stupanj)
- r_i kontrolne točke - ukupno ih ima n+1
- $N_{i,k}$ bazne (težinske) funkcije - polinomi stupnja k
- u_i vrijednosti uzlova (engl. knot values)
- $U_{KNOT} = \{u_i\}$ vektor uzlova

$$\vec{p}(u) = \sum_{i=0}^{n} \vec{r}_i \, N_{i,k}(u)$$

Određivanje baznih funkcija

$$N_{i,0}(u) = \begin{cases} 1 & za \;\; u_i \le u < u_{i+1} \\ 0 & inač\, e \end{cases}$$

$$N_{i,k}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+k} - u_i} N_{i,k-1}(u) + \frac{u_{i+k+1} - u}{u_{i+k+1} - u_{i+1}} N_{i+1,k-1}(u)$$

- Ako je nazivnik jednak nuli vrijednost razlomka je nula.
- Uzlovi mogu biti višestruki.
- u_{i+1} - u_i = konst. Krivulja se naziva UNIFORMNA krivulja.

  Inače krivulja je NEUNIFORMNA.

Vektor uzlova

- veza između broja točaka stupnja krivulje i vektora uzlova

$$U_{KNOT} = \left[\underbrace{0 \;\; 0 \;..\; 0}_{k+1} \; \underbrace{1 \;\; 2 \;\; 3 \;..\; (m-2k-1)}_{m-2k-1} \; \underbrace{(m-2k) \;..\; (m-2k)}_{k+1} \right]$$

- $n + 1$ - broj kontrolnih točaka
- k - stupanj krivulje
- $m + 1$ - broj vrijednosti u vektoru uzlova

$$\boxed{m = n + k + 1}$$

- broj segmenata krivulje

broj segmenata krivulje = $n - k + 1 = m - 2k$

- specijalan slučaj $m - 2k - 1 = 0$ → KRIVULJA BEZIERA

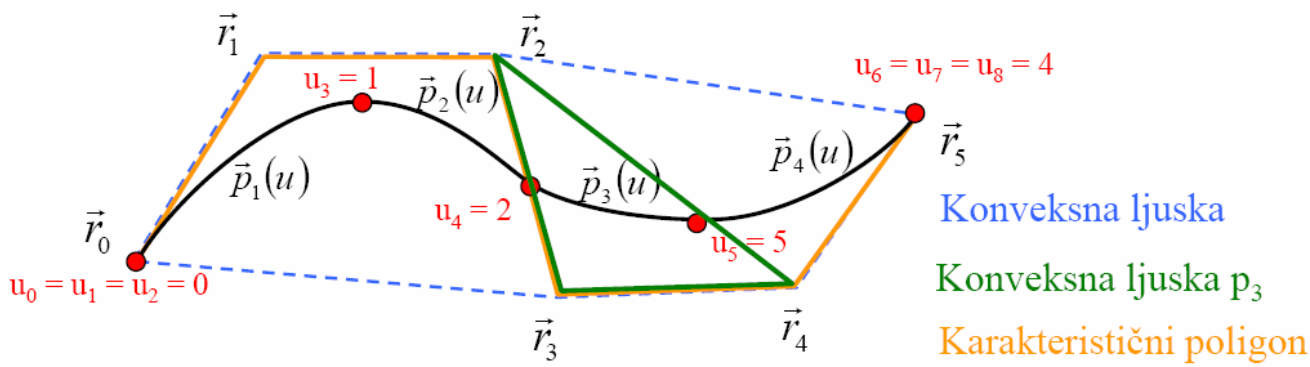
(preko Bernsteinovih polinoma)

- Krivulja prolazi kroz početnu i završnu točku

$$\vec{p}_1(0) = \vec{r}_0\,, \quad \vec{p}_{kraj}(1) = \vec{r}_n$$

- Derivacije u početnoj i krajnjoj točki

$$\vec{p}_1'(0) = \frac{k(\vec{r}_1 - \vec{r}_0)}{u_{k+1}}, \quad \vec{p}_{kraj}'(1) = \frac{k(\vec{r}_n - \vec{r}_{n-1})}{1 - u_{m-k-1}}$$



5.2 Interpolacijske B-krivulje

- k stupanj krivulje
- p_i točke kroz koje želimo da krivulja prolazi - ukupno ih ima $n+1$
- $\Rightarrow$ potrebno je odrediti točke kontrolnog poligona r_j tako da krivulja prolazi točkama p_i. Kada odredimo točke r_j načinimo aproksimacijsku krivulju određenu točkama r_j

	r_j	Broj uvjeta:
Zatvorene periodičke krivulje	$j = 0 \;..\; n - 1$	n
Otvorene neperiodičke krivulje	$j = 0 \;..\; n + k - 1$	$n + k$

Kod zatvorenih periodičkih krivulja krajnje točke se preklope s početnima.

Kod otvorenih periodičkih krivulja poznato je $n+1$ interpolacijskih točaka i treba još $k-1$ dodatnih uvjeta.